НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

НИЛ техники эксперимента

КРАТКИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО КУРСУ
“ФИЗИКА”

www.opprib.ru
e-mail: info@opprib.ru

010405. Стоячие волны на струне.

Цель работы: изучить условия образования и свойства стоячих волн на струне, спектра собственных частот колебаний и их зависимости от силы натяжения струны; определить фазовую скорость упругих волн и амплитудное значение скорости колебания струны в пучности волны.

Требуемое оборудование:

<u>Приборы</u>*:*

1.	Генератор звуковых частот ЗГ1	1 шт.
2.	Механический блок БМ4 «Стоячие волны на струне»	1 шт.
3.	Проводники	2 шт.

Краткое теоретическое введение

Стоячей называется волна, образующаяся в результате суперпозиции двух бегущих навстречу друг другу синусоидальных волн, имеющих одинаковые частоты и амплитуды, а для поперечных волн – еще и одинаковые плоскости колебаний.

На практике стоячие волны получают, ограничивая область распространения бегущей волны и тем самым, формируя волну отраженную. При этом происходит сложение колебаний падающей и отраженной волн.

Рассмотрим стоячую волну на струне (рис. 1), концы которой жестко закреплены. Струна имеет предварительное натяжение, упругие силы в ней обеспечивают возможность возникновения поперечных (в направлении оси y) колебаний частиц и распространения этих колебаний в направлении оси x. Если струна выведена из положения равновесия и затем предоставлена самой себе, то в ней возникает бегущая волна (на рис. 1 – сплошная линия), распространяющаяся с фазовой скоростью $\vec{V}_ф$. На границе $x = \ell$ происходит ее отражение, и отраженная волна (на рис. 1 – пунктирная линия) с такой же по значению фазовой скоростью распространяется в обратном направлении.

Поскольку начало синусоиды смещено влево, то начальная фаза ψ_I имеет положительное значение.

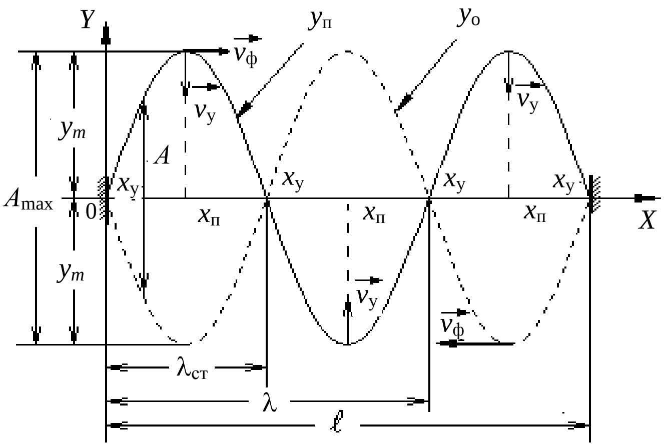

Рис. 1

Бегущие волны описываются [1] волновым уравнением

$$\frac{d^2Y(x,t)}{dx^2}=\frac{1}{V_ф^2}\ \frac{d^2Y(x,t)}{dt^2},$$

решениями которого [1] для падающей и отраженной волн являются

$$Y_п = Y_m\cos(\omega t - kx),$$

$$Y_о = Y_m\cos(\omega t + kx + \Delta\varphi),$$

где Y_m – амплитуда колебаний частиц струны (амплитуда волны); $\omega = 2\pi\nu = 2\pi\frac{V_ф}{\lambda}$ – круговая частота, выраженная через частоту колебаний ν, либо через фазовую скорость $V_ф$ и длину бегущей волны λ; $k=\frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число; x – расстояние, пройденное волной от начала координат за время t; $\Delta\varphi$ – фазовый сдвиг отраженной волны относительно волны падающей ($\Delta\varphi$ зависит от условий на границе отражения).

При суперпозиции падающей и отраженной волн получим стоячую волну

$$Y = Y_п + Y_о = 2Y_m\cos\left(kx+\frac{\Delta\varphi}{2}\right)\cos\left(\omega t+\frac{\Delta\varphi}{2}\right),$$

где фазовый сдвиг $\Delta\varphi$ найдем исходя из того, что в точке закрепления струны ее колебания отсутствуют. Так, при x = 0 смещение Y = 0, а это возможно, если $\cos\left(kx+\frac{\Delta\varphi}{2}\right)=\cos\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right)=0$, т. е. при $\Delta\varphi = \pi$. Это означает, что падающая и отраженная волны в данной точке струны находятся в противофазе. При суперпозиции образуется стоячая волна, описываемая уравнением

$$Y = 2Y_m\sin(kx)\sin(\omega t) \qquad (1)$$

Амплитуда стоячей волны

$$A = 2Y_m\left|\sin(kx)\right| = 2Y_m\left|\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)\right|$$

зависит от координаты x и изменяется от A_{min} = 0 до A_{max} = $2Y_m$ (см. рис. 1).

Точки, в которых A = 0, называются узлами стоячей волны. Их координаты $x_у$ получим из условия $\sin\left(2\pi\frac{x_у}{\lambda}\right)=0$, откуда

$$x_у = m\frac{\lambda}{2},$$

где m – 0, 1, 2, 3 ...

Точки, в которых $A = A_{\max} = 2Y_m$, называются пучностями стоячей волны и, из условия $\sin\left(2\pi\frac{x_п}{\lambda}\right) = 1$, имеют координаты

$$x_п = \left(m + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2},$$

где m = 0, 1, 2, 3 ...

Точки струны, расположенные между двумя узлами, колеблются синфазно, а при переходе через соседний узел фаза их колебаний скачком изменяется на противоположную. Через положение равновесия (ось x) все точки колеблющейся струны проходят одновременно. Расстояние между двумя соседними узлами, равное половине длины бегущих волн, называется длиной стоячей волны $\lambda_{ст} = \frac{\lambda}{2}$ (рис. 1).

На длине ℓ струны может укладываться только целое число длин стоячей волны $\lambda_{ст}$, поэтому всегда выполняется условие

$$\ell = n\lambda_{ст} = n\frac{\lambda}{2},$$

где n = 1, 2, 3 ...

Из этого простого условия следуют важные выводы:.

1. На ограниченной струне стоячая волна может возникать только в том случае, если длина λ падающей и отраженной волн равна какому-либо значению из дискретного ряда, разрешенного условием

$$\lambda_п = \frac{2\ell}{n},$$

где n = 1, 2, 3 ...

2. Колебания ограниченной струны могут происходить только при «собственных частотах», имеющих какое-либо значение из дискретного ряда

$$\nu_п = \frac{v_ф}{\lambda_п} = n\frac{v_ф}{2\ell}, \tag{2}$$

где n = 1, 2, 3 ...

Число n принято называть номером гармоники. Колебания при n = 1 на частоте

$$\nu_1 = \frac{V_ф}{2\ell} \tag{3}$$

называют первой гармоникой (в акустике – основным тоном). Высшие гармоники (в акустике – обертоны) соответствуют n = 2, 3, 4 и т. д., т. е. частотам

$$\nu_п = n\nu_1.$$

Фазовая скорость $V_ф$ бегущей волны на струне определяется только силой F натяжения струны и её линейной плотностью ρ

$$v_ф = \sqrt{\frac{F}{\rho}}, \tag{4}$$

причем значение ρ при известной силе F может быть найдено экспериментально с помощью (2) или (3).

На рис. 2 показаны стоячие волны, соответствующие первым трем гармоникам.

Скорость $\vec{v}_{\text{y}}$ (рис. 1) различных точек струны в процессе ее колебательного движения найдем, взяв производную по времени от (1):

$$v_{\text{y}} = \frac{dy}{dt} = 2\omega Y_m \sin\left(2\pi \frac{x}{\lambda}\right)\cos\omega t.$$

Амплитуда этой скорости

$$v_{\text{y}m} = 2\omega Y_m \left|\sin\left(2\pi \frac{x}{\lambda}\right)\right| = \omega A$$

принимает наибольшее значение $v_{\text{y}m(\max)}$ в пучности $x_{\text{п}}$ стоячей волны при прохождении струной положения равновесия. Для первой $\omega_1 = 2\pi v_1$ гармоники это наибольшее значение скорости струны в точке $x_{\text{п}} = \frac{\lambda_1}{4} = \frac{\ell}{2}$

$$v_{-m(\max)1} = 2\pi\nu_1 A_{1\max}. \quad (5)$$

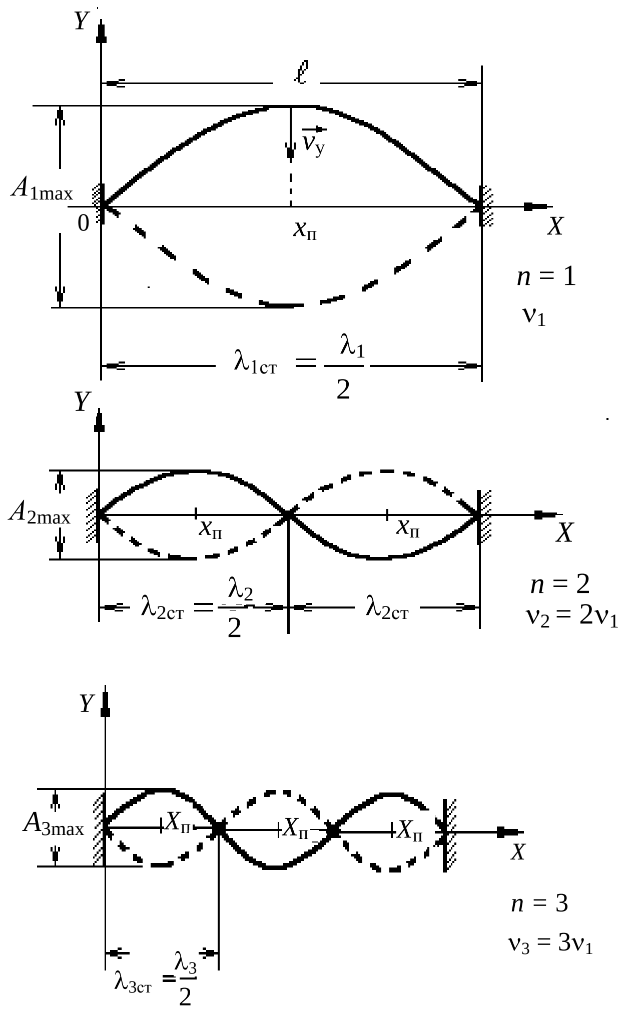

Рис. 2

Особенность стоячих волн состоит в том, что они не имеют направления распространения, не переносят энергию колебательного движения. Частицы колеблющейся среды, находящиеся в узлах стоячей волны, всегда покоятся, а координаты узлов во времени и в пространстве не меняются. Остаются постоянными и координаты пучностей.

Методика проведения экспериментов

Свободные колебания струны вследствие потерь энергии быстро затухают. Поэтому в экспериментальной установке поддерживают вынужденные колебания струны. Для возникновения стоячей волны на струне необходимо, чтобы частота внешнего периодического воздействия равнялась одной из «собственных частот» (2), соответствующих той или иной гармонике. При этом возбуждение колебаний струны происходит в условиях резонанса. Схема экспериментальной установки показана на рис. 3. Однородная струна *1*, ограниченная в точках *2* и *3*, под действием груза *4* имеет натяжение $F = Mg$, где M – масса груза. Вблизи конца, закрепленного в точке *2*, струна соединена с электромагнитным преобразователем (реле) *5*, обмотка которого подключена к генератору *6* электрических сигналов. Частота этих сигналов контролируется подключенным к генератору частотомером *7*.

Установка работает следующим образом. Ток I генератора *6* питает обмотку электромагнитного преобразователя *5* и возбуждает колебания его якоря с частотой $\nu_г$ генератора. Эти колебания якоря передаются струне, имеющей при данном натяжении F собственные частоты $\nu_n = n\,\nu_1$. При $\nu_г = \nu_n$ на струне устанавливается стоячая волна, соответствующая n-й гармонике.

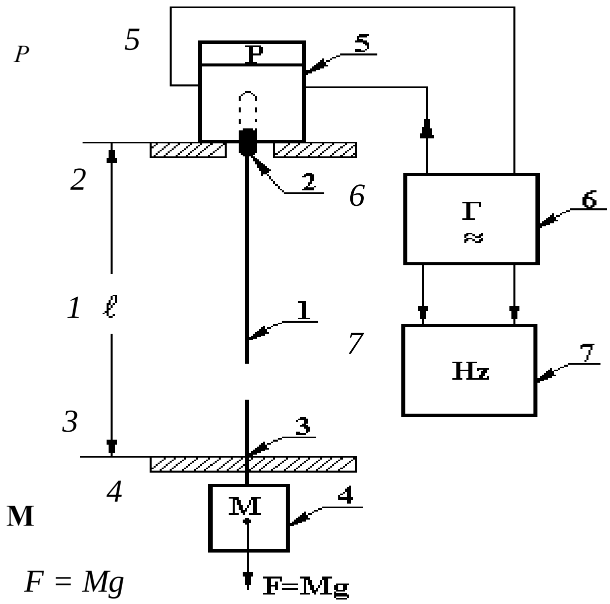

Рис. 3

Из (2) и (4) следует, что $\nu_n = \dfrac{n}{2\ell}\sqrt{\dfrac{F}{\rho}}$, и при $\nu_г = \nu_n$ и $F = Mg$ получим формулу

$$\rho = n^2 \frac{Mg}{4\ell^2 \nu_Г^2}, \tag{6}$$

позволяющую через известные значения ускорения свободного падения g, массы M груза, длины ℓ струны, частоты $\nu_г$ генератора и номера n полученной на струне гармоники вычислить линейную плотность материала струны.

Рекомендуемое задание к работе

1. Установив груз M_1 и необходимую частоту $\nu_{г1}$ генератора, получите на струне стоячую волну, соответствующую 1-й гармонике.
2. Для груза M_1, изменяя частоту генератора, получите на струне стоячие волны, соответствующие 2-й и 3-й гармоникам. Измерьте частоты $\nu_{г2}$ и $\nu_{г3}$ генератора.
3. Для грузов M_2 и M_3 получите на струне стоячие волны, соответствующие 1-й гармонике, и измерьте частоты $\nu'_{г1}$ и $\nu''_{г1}$ генератора.
4. Вычислите:
   а) выборочное среднее частоты генератора $\bar{\nu}_{г1}$ и доверительную погрешность δ_{ν};
   б) плотность материала струны $\bar{\rho}$ (6).
5. По данным, полученным в п. 1 и 2, постройте график зависимости $\nu_г = f(n)$ и проанализируйте его.
6. По данным, полученным в п. 3, постройте график зависимости $\nu_{г1} = f\left(\sqrt{M}\right)$ и проанализируйте его с точки зрения теории по формуле (6) для n = 1.

Май 2013