НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

НИЛ техники эксперимента

КРАТКИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО КУРСУ
"ФИЗИКА"

www.opprib.ru
e-mail: info@opprib.ru

010114. Физический маятник.

Цель работы: Изучить гармонические колебания на примере движения физического маятника. Определить момент инерции физического маятника методом колебаний.

Требуемое оборудование: Модульный учебный комплекс МУК-М1

Краткое теоретическое введение

Колебания – движения или процессы, обладающие той или иной степенью повторяемости во времени. Колебания представляют собой один из наиболее распространенных видов движений в природе и технике.

Колебания могут быть разной природы: механические, электромагнитные, электромеханические и другие. В зависимости от характера воздействия на колеблющуюся систему различают: свободные (или собственные), затухающие, вынужденные, а также автоколебания и параметрические колебания.

- *Свободными* или *собственными* называются такие колебания, которые происходят в системе, предоставленной самой себе после того, как она была выведена из положения равновесия.
- *Вынужденными* называются такие колебания, в процессе которых колеблющаяся система подвергается воздействию внешней периодически изменяющейся силы.
- *Автоколебания*, как и вынужденные колебания, сопровождаются воздействием на колеблющуюся систему внешней силы; однако моменты времени, когда осуществляются эти воздействия, задаются самой колеблющейся системой – система сама управляет внешним воздействием.
- При *параметрических* колебаниях за счет внешнего воздействия происходит периодическое изменение какого-либо параметра системы.

Простейшим видом колебаний являются *гармонические* колебания. Это такие колебания, при которых колеблющаяся величина изменяется по закону синуса (или косинуса). Этот вид колебаний особенно важен, так как многие колебания часто имеют характер, очень близкий к гармоническим колебаниям. Периодические процессы иной формы (с другой зависимостью от времени) могут быть представлены как наложение нескольких гармонических колебаний.

Уравнение гармонических колебаний можно представить в виде:

$$x(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0) \qquad x(t) = A\sin(\omega_0 t + \varphi_0) \tag{1}$$

Поскольку косинус изменяется в пределах от -1 до +1, значения $x(t)$ лежат в пределах от $-A$ до $+A$. Наибольшая величина отклонения от положения равновесия A называется *амплитудой колебаний*. Амплитуда A – постоянная положительная величина $A=|x_{max}|$. Аргумент косинуса - величина $\varphi = \omega_0 t + \varphi_0$, называется *фазой колебаний*.

Постоянная величина φ_0 представляет собой значение фазы в момент времени $t = 0$ и называется *начальной фазой* колебаний. С изменением начала отсчета времени изменяется и φ_0. Следовательно, значение начальной фазы определяется выбором начала отсчета времени. Так как значения $x(t)$ не изменяется при добавлении или вычитании из фазы целого числа 2π, всегда можно добиться того, чтобы начальная фаза была по модулю меньше π. Поэтому обычно рассматриваются только значения φ_0, лежащие в пределах от $-\pi$ до $+\pi$.

Период гармонического колебания T это такой промежуток времени, за который фаза колебаний получает приращение, равное 2π, т.е. совершается *одно полное колебание*. По истечении времени T, соответствующего периоду колебания, движущаяся точка занимает своё прежнее положение. Следовательно, период колебания T определяется из условия:

$$[\omega_0(t+T)+\varphi_0]-(\omega_0 t+\varphi_0)=2\pi$$

откуда:

$$T=\frac{2\pi}{\omega_0} \tag{2}$$

Величина ω_0 - называется *собственной циклической частотой* гармонических колебанийю Значение ω_0 равно числу колебаний за 2π секунд. Величина ν_0, обратная периоду колебаний - называется *частотой колебаний*

$$\nu_0=\frac{1}{T}=\frac{\omega_0}{2\pi}\left[\frac{1}{c}\right] \tag{3}$$

В качестве примера колебательного движения, поясняющего физические условия, при которых совершаются гармонические колебания, может служить движение физического маятника.

Физический маятник представляет собой твердое тело, совершающее колебания под действием силы тяжести относительно горизонтальной оси O, не проходящей через его центр масс C (рис. 1).

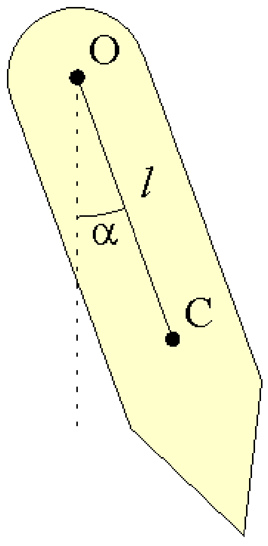

Рис. 1

Дифференциальное уравнение, описывающее колебания физического маятника:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2}+\frac{mgl}{J}\alpha=0 \tag{1}$$

где m – масса маятника;

l – расстояние от оси вращения (точка O) до центра масс (точка C);

J – момент инерции физического маятника относительно оси вращения.

Обозначив $\omega_0^2 = \frac{mgl}{J}$ получим:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \omega_0^2\alpha = 0 \qquad (2)$$

Решением данного дифференциального уравнения является функция (убедиться в справедливости решения (3) можно путем непосредственной подстановки его в уравнение (2)):

$$\alpha = \alpha_{\max}\cos(\omega_0 t + \varphi_0) \qquad (3)$$

где $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgl}{J}}$ – собственная циклическая частота колебаний математического маятника;

α_{max} – максимальное значение α;

φ_0 – начальная фаза.

Учитывая связь между собственной циклической частотой математического маятника и периодом колебаний, получим выражение для периода:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}} \qquad (4)$$

Методика эксперимента

Рассмотрим физический маятник, конструкция которого представлена на рис. 1. Он состоит барабана массой m_1, стержня массой m_2 и двух грузов с одинаковыми массами m_3, которые могут перемещаться вдоль стержня. Вращение маятника происходит относительно оси, проходящей через точку О.

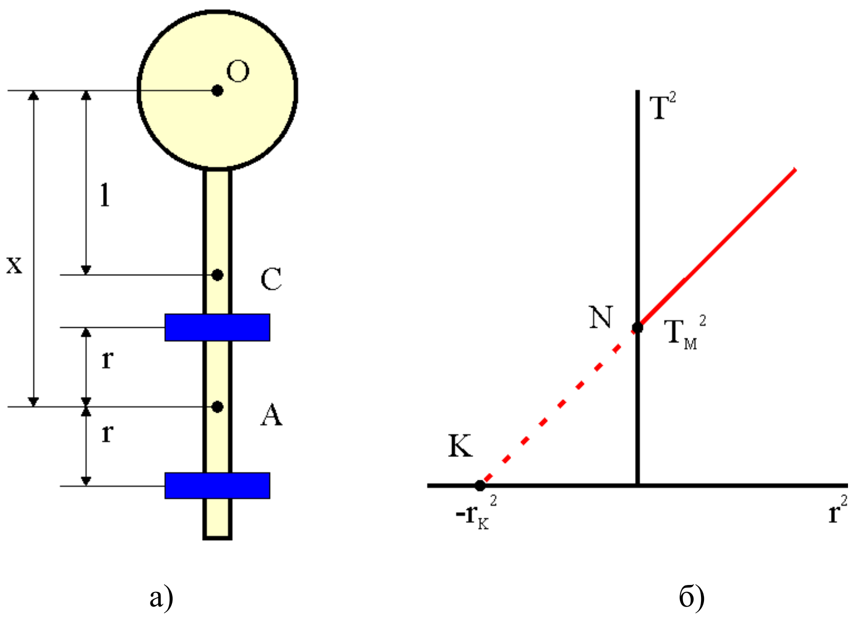

Рис.2

Если грузы смещать относительно произвольно выбранной точки А на одинаковые расстояния r, то положение центра масс l (точка С) относительно точки О остается неизменным. При этом момент инерции J такого маятника будет меняться по закону:

$$J = J_A + 2m_3 r^2 \tag{5}$$

где J_A – момент инерции маятника, при положении грузов *m3* в точке А.

Подставим выражение (5) в (4), и возведем в квадрат.

$$T^2 = \frac{4\pi}{g}\left(\frac{J_A}{Ml} + \frac{2r^2 m_3}{Ml}\right) \tag{6}$$

где $M=m_1+m_2+2m_3$ – масса маятника.

Из этого выражения видно, что график функции $T^2=f(r^2)$ представляет собой функцию типа $y=\kappa x+в$ (рис. 2).

Для нахождения момента инерции J_A необходимо полученный график экстраполировать до пересечения с осью r^2 и по точке пересечения К найти значение $-r_K^2$. В этом случае $T^2=0$, а следовательно выражение можно представить в виде

$$J_A = 2m_3 r_K^2 \tag{7}$$

Для нахождения расстояния от оси вращения до центра масс l необходимо найти значение T_N^2, соответствующее на графике точке N.

$$l = \frac{4\pi J_A}{gMT_N^2} \tag{8}$$

Пользуясь выражением (4) можно экспериментально найти значения момента инерции рассмотренного физического маятника.

$$J = \frac{mgl}{4\pi^2}T^2 \tag{9}$$

Переведите секундомер в режим №4. Выведете маятник из положения равновесия на небольшой угол 5-10°. Отпустите груз и нажмите кнопку «Пуск» секундомера. Отсчитайте время $T_{изм}$ равное 10 колебаниям и нажмите кнопку «Стоп/Сброс» секундомера. Период колебаний можно рассчитать по формуле $T_i= T_{изм}/10$.

Рекомендуемое задание

1. Установите симметрично грузы относительно точки А (рекомендуемое значение расстояния от оси вращения указано в таблице с исходными данными) на минимальное расстояние *r*.
2. Измерьте период колебаний *T*.
3. Увеличивая расстояние *r*, измерьте соответствующие периоды колебаний. Проведите 3 измерения.
4. Постройте график зависимости $T^2=f(r^2)$. Убедитесь, что полученный график представляет собой линейную функцию. Экстраполируйте полученный график до пересечения с осью r^2 . По графику найдите точки пересечения с осями r_K^2 и T_N^2. С помощью выражений (7) и (8) найдите значения J_A и l. Сравните полученное значение l с указанным в паспорте прибора расстоянием от оси вращения до центра тяжести маятника.
5. Используя формулу 5 постройте теоретическую зависимость $J=f(r^2)$.
6. В тех же осях, используя формулу (9), постройте практическую зависимость $J=f(r^2)$. Сравните полученные результаты.