

010103. Определение момента инерции тела.

Цель работы: Оценить момент тормозящей силы, действующий на тело в процессе вращения. Определить момент инерции тела с учетом момента тормозящей силы. Произвести расчет моментов, пользуясь энергетическими соотношениями.

Требуемое оборудование: Модульный учебный комплекс МУК-М1

Краткое теоретическое введение

Рассмотрим тело вращения, у которого на шкив может наматываться нить с грузом массой m на конце (рис. 1). Груз под действием силы тяжести может опускаться, приводя во вращение тело. После того, как груз от отметки h_0 опустится на полную длину нити до отметки h_1 , тело, вращаясь по инерции, поднимет груз снова на некоторую высоту до отметки h_2 .

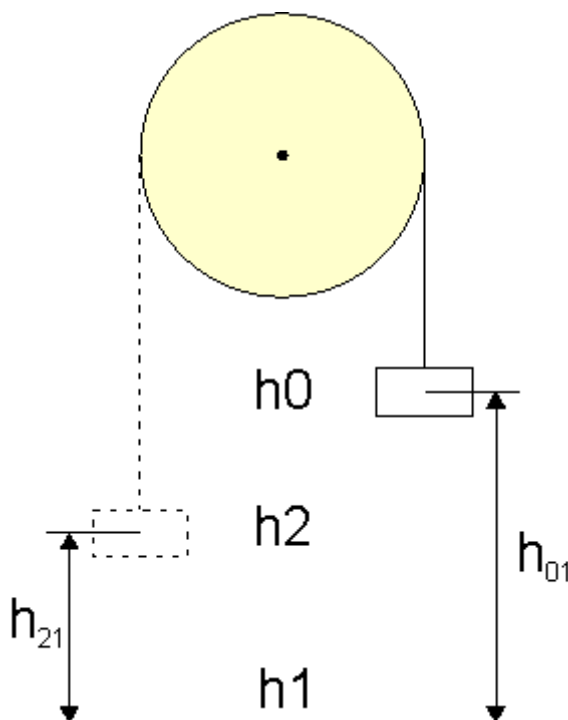


Рис.1

В процессе движения часть механической энергии системы тело-груз расходуется на работу против тормозящей силы и, следовательно, превращается во внутреннюю энергию системы и окружающего воздуха, которые нагреваются. Из этого следует, что тело поднимет груз на высоту меньшую начальной, то есть отметка h_2 всегда будет расположена ниже отметки h_0 . Тормозящая сила складывается из силы трения в подшипниках и из силы трения о воздух при движении тела и груза.

Для оценки момента тормозящей силы воспользуемся энергетическими соотношениями. Поскольку силы трения являются диссипативными, то работа тормозящей силы A_T при переходе системы тело-груз из начального состояния в конечное равна

$$A_T = E_{кон} - E_{нач}, \quad (1)$$

где $E_{нач}$ - механическая энергия системы тело-груз в начальном состоянии;
 $E_{кон}$ - механическая энергия системы тело-груз в конечном состоянии.

Механическая энергия системы складывается из кинетической и потенциальной энергий. В те моменты времени, когда система покоится, кинетическая энергия равна нулю и, следовательно, механическая энергия становится равной только потенциальной энергии системы. Такие состояния системы возникают в начальный момент времени, когда груз находится на отметке h_0 , и в тот момент, когда, спустившись вниз, груз за счет вращения тела поднимается до отметки h_2 . Если принять, что на высоте h_1 потенциальная энергия груза равна нулю, то приращение механической энергии для выбранных начального и конечного состояний системы равно

$$E_2 - E_0 = mg|h_2 - h_1| - mg|h_0 - h_1| = mg(h_{21} - h_{01}), \quad (2)$$

где h_{01} - расстояние между отметками h_0 и h_1 ;
 h_{21} - расстояние между отметками h_2 и h_1 .

Будем считать, что момент тормозящей силы в основном связан с вращательным движением тела, т. е. тормозящей силой, действующей на груз, пренебрежем. Тогда элементарная работа момента тормозящей силы равна скалярному произведению

$$\delta A_T = \vec{M}_T \cdot \vec{d\varphi},$$

где \vec{M}_T - вектор момента тормозящей силы;
 $\vec{d\varphi}$ - вектор бесконечно малого углового перемещения тела.

Оба вектора \vec{M}_T и $\vec{d\varphi}$ направлены вдоль оси вращения, но в противоположные стороны. Следовательно,

$$\delta A_T = |\vec{M}_T| \cdot |\vec{d\varphi}| \cos 180^\circ = -|\vec{M}_T| \cdot |\vec{d\varphi}| = -M_T \cdot d\varphi.$$

Полная работа момента тормозящей силы, если предположить, что он постоянен, тогда равна

$$A_T = -\int_0^{\varphi_{02}} M_T \cdot d\varphi = -M_T \cdot \varphi_{02}, \quad (3)$$

где φ_{02} - угол поворота тела вокруг оси при переходе системы из начального состояния в конечное (груз при этом перемещается от отметки h_0 до отметки h_2).

При движении груза вниз от отметки h_0 до отметки h_1 со шкива сматывается нить длиной $|h_0 - h_1|$. Учитывая, что длина окружности шкива равна $2\pi r$ и каждый оборот шкива соответствует углу 2π радиан, найдем угол поворота шкива при движении груза вниз:

$$\varphi_{01} = \frac{|h_0 - h_1|}{2\pi r} \cdot 2\pi = \frac{|h_0 - h_1|}{r} \text{ радиан.} \quad (4)$$

Очевидно, что при дальнейшем вращении тела до момента, когда груз остановится на отметке h_2 , оно повернется на угол

$$\varphi_{12} = \frac{|h_2 - h_1|}{r} \text{ радиан.}$$

Тогда общий угол поворота тела, соответствующий переходу груза от отметки h_0 до отметки h_2 , равен

$$\varphi_{02} = \varphi_{01} + \varphi_{12} = \frac{|h_0 - h_1| + |h_2 - h_1|}{r} \text{ радиан.} \quad (5)$$

Подставляя (2) и (3) в (1) найдем

$$-M_T \cdot \varphi_{02} = mg|h_2 - h_1| - mg|h_0 - h_1| = mg(h_{21} - h_{01}).$$

Отсюда, используя (5), получаем формулу для оценки модуля вектора момента тормозящей силы:

$$M_T = mgr \frac{|h_0 - h_1| - |h_2 - h_1|}{|h_0 - h_1| + |h_2 - h_1|} = mgr \frac{h_{01} - h_{21}}{h_{01} + h_{21}}. \quad (6)$$

Рассмотрим систему тело-груз в начальный момент времени, когда груз находится на отметке h_0 , а в качестве конечного выберем тот момент времени, когда груз опустился до нижней отметки h_1 , соответствующей полной длине нити. Опять будем исходить из энергетического соотношения (1).

Для выбранных начального и конечного состояний получим

$$A_T = -M_T \varphi_{01}, \quad (7)$$

где M_T - момент тормозящей силы (6);

φ_{01} - угол поворота тела, соответствующий перемещению груза от отметки h_0 до h_1 (4).

Начальная механическая энергия системы тело-груз равна

$$E_0 = mg|h_0 - h_1| = mgh_{01}. \quad (8)$$

Конечная механическая энергия системы складывается из кинетической энергии вращательного движения тела и кинетической энергии поступательного движения груза в момент прохождения им отметки h_1 :

$$E_1 = E_{\text{вращ}} + E_{\text{пост}} = \frac{I\omega_1^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2}, \quad (9)$$

где I - момент инерции тела;

ω_1 - угловая скорость вращения тела в момент t_1 ;

v_1 - скорость поступательного движения груза в момент t_1 .

Строго говоря, в процессе движения груз за счет упругого растяжения нити опускается чуть ниже отметки h_1 , тормозится нитью, а затем за счет упругого сжатия нити возвращается на эту отметку.

Предполагая, что движение системы является равноускоренным, для скорости груза на отметке h_1 получаем

$$v_1 = \frac{2|h_0 - h_1|}{t_1} = \frac{2h_{01}}{t_1}, \quad (10)$$

где t_1 - время, за которое груз опустится от отметки h_0 до h_1 .

Угловая скорость вращения тела в тот же момент времени равна

$$\omega_1 = \frac{v_1}{r}, \quad (11)$$

где r - радиус шкива, на который намотана нить.

Подставляя (7), (8), (9) в (1), получим

$$-M_T \varphi_{01} = \frac{I\omega_1^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2} - mg|h_0 - h_1|.$$

Из этой формулы, учитывая (4), (10) и (11), выражаем момент инерции I :

$$I = \frac{(mgr - M_T)rt_1^2}{2|h_0 - h_1|} - mr^2 = \frac{(mgr - M_T)rt_1^2}{2h_{01}} - mr^2, \quad (12)$$

где M_T - момент тормозящей силы, который вычисляется по формуле (6).

Методика эксперимента

Экспериментальное определение момента инерции тело осуществляется на модульном учебном комплексе МУК-М1. Установка представляет собой тело со шкивами разного диаметра, которое вращается в шарикоподшипниках. На шкив намотана нить, один конец которой прикреплен к шкиву, а другой – к подставке массой $m_{под}$. На подставку могут помещаться подгрузки массой m_n . Для закрепления нити на шкив большего диаметра используется специальный крючок.

Для проведения измерений необходимо **перевести секундомер СЭ1 в режим №2**. После установки груза на высоту h_0 нажмите кнопку «Пуск» секундомера. После прохождения грузом нижнего положения секундомер автоматически остановиться. При этом электромагнит не отключится и груз продолжит своё движение. После достижения верхней точки подъема нажмите кнопку «Стоп/Сброс». Это приведет к срабатыванию электромагнита и остановке груза.

Измерение высот можно производить с помощью линейки, расположенной на стойке механического блока.

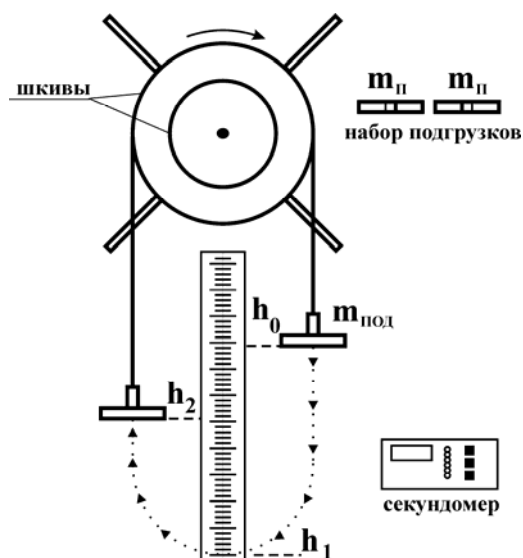


Рис. 2

Рекомендуемое задание

1. Намотайте нить на шкив большего диаметра так, чтобы груз оказался на отметке h_0 (от 30 до 50 см), от которой начнется движение груза m .
2. Проведите первый опыт, используя в качестве груза, тянущего нить, только одну подставку массой $m_{\text{под}}$ без подгрузков. Измерьте время опускания и высоту подъема груза.
3. Проведите оценку значения момента тормозящей силы \bar{M}_T , пользуясь формулой (6).
4. Проведите оценку значения момента инерции тела \bar{I} , пользуясь формулой (12).
5. Проведите аналогичные опыты, поместив на подставку сначала один, а затем сразу два подгрузка. Результаты внесите в таблицу измерений.
6. С помощью формулы (6) проведите расчет моментов тормозящей силы для опытов с другими грузами. Обратите внимание на закономерное изменение момента тормозящей силы с ростом массы груза.
7. С помощью формулы (12) проведите расчет момента инерции тела для однократных опытов с другими грузами (см. п.8).. Наблюдается ли закономерное изменение момента инерции с ростом массы опускаемого груза?
8. Проведите аналогичные опыты, изменив диаметр шкива. Сделайте соответствующие выводы.

Список использованных источников

1. Механика и термодинамика. Методические указания к вводному занятию и к лабораторным работам №0-6 по физике./ Сост.: А.В.Баранов, А.М. Погорельский, В.В.Христофоров, и др. – Новосибирск: НГТУ, 2004.