НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

НИЛ ТЕХНИКИ ЭКСПЕРИМЕНТА

КРАТКИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЛАБОРАТОРНОМУ ПРАКТИКУМУ ПО КУРСУ «ФИЗИКА»

010102. Определение момента инерции маятника Обербека

Требуемое оборудование

Модульно учебные комплексы:

1. Модульный учебный комплекс МУК-М1;

Приборы:

1. Блок секундомер электронный СЭ1 1 шт.
2. Блок механический БМ1 1 шт.

Краткое теоретическое введение

Маятник Обербека представляет собой крестовину, состоящую из четырёх стержней, прикреплённых к барабану с осью (Рис.1). На стержни надеваются одинаковые грузы массой m, которые могут быть закреплены на расстоянии r от оси вращения. На шкив наматывается нить, к свободному концу которой прикрепляется груз массой m. Под действием груза нить разматывается и приводит маятник в равноускоренное вращательное движение.

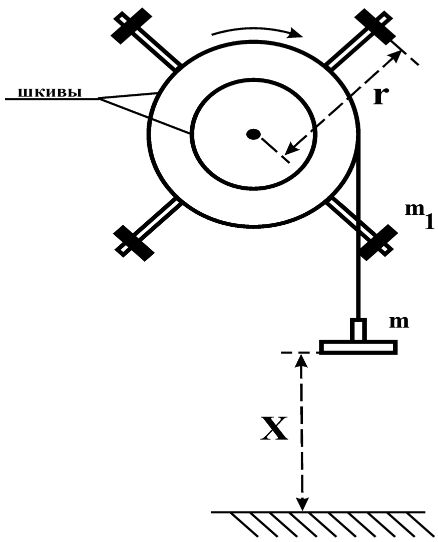

Рис.1

Момент инерции маятника Обербека может быть представлен как сумма моментов инерции барабана со стержнями (I_1) и моментов инерции четырех грузов массой m_1, закрепленных на расстояниях r от оси вращения ($4I_2$). Если размеры этих грузиков малы по сравнению с r, то их можно считать материальными точками. Для материальной точки момент инерции равен $I_2 = m_1 r^2$. Тогда момент инерции маятника

$$I = I_1 + 4m_1 r^2 \, . \tag{1}$$

Методика эксперимента

В лабораторной установке на барабане имеется два шкива с различными диаметрами D_1 и D_2. Время движения груза t измеряется электронным секундомером, включение которого производится кнопкой «Пуск», а остановка происходит по сигналу фотодатчика. Груз опускается на расстояние *x*, измеряемое вертикально закрепленной линейкой. Установка имеет электромеханическое тормозное устройство, управление которого осуществляется по сигналу фотодатчика.

Для расчета движения механической системы маятник-груз применим уравнение динамики поступательного движения для груза, закрепленного на нити, и уравнение динамики вращательного движения для маятника.

Груз массой m движется с ускорением $\overline{a}$ под действием результирующей сил тяжести $m\vec{g}$ и силы натяжения нити $\overline{F}_{1H}$ (Рис.2). Запишем для груза второй закон Ньютона в проекции на направление движения:

$$ma = mg - F_{1H} \tag{2}$$

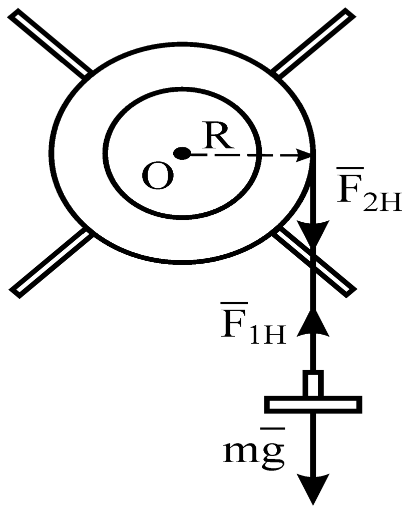

Рис.2

Сила натяжения передается нитью от груза к шкиву вращающегося маятника. Если предположить, что нить невесомая, то на шкив маятника действует сила $\overline{F}_{2H}$, равная по величине $\overline{F}_{1H}$ и противоположная ей по направлению (следствие третьего закона Ньютона: $\left|\overline{F}_{1H}\right| = \left|\overline{F}_{2H}\right|$). Сила натяжения создает вращательный момент $\overline{M}_0$ относительно горизонтальной оси **О**, направленный вдоль этой оси «от нас» и приводящий в движение маятник Обербека. Величина этого момента равна $M_0 = F_{2H} \cdot R = F_{1H} \cdot R$, где R – радиус шкива, на который намотана нить, $R = \dfrac{D}{2}$, где D - диаметр шкива.

Момент силы сопротивления относительно оси вращения $\overrightarrow{M}_{СОПР}$ направлен в противоположную сторону (к нам).

Запишем для маятника основной закон динамики вращательного движения:

$$\overline{M} = J \cdot \bar{\varepsilon},$$

где $\overline{M}$ - результирующий момент сил,

J – момент инерции маятника,

$\bar{\varepsilon}$ - угловое ускорение.

В скалярной форме это уравнение имеет вид (записаны проекции векторов моментов сил и углового ускорения на ось вращения **О,** направление которой выбрано «от нас»):

$$F_{1H} R - M_{СОПР} = J\varepsilon \qquad (3)$$

Используя кинематическую связь линейного и углового ускорения $a = \varepsilon \cdot R$, а также уравнение движения груза при нулевой начальной скорости $x = \dfrac{at^2}{2}$, выразим ε через измеряемые величины x и t:

$$\varepsilon = \frac{2x}{Rt^2}. \qquad (4)$$

Решим систему уравнений (2) и (3), для чего умножим (2) на R и сложим с (3):

$$mgR - M_{СОПР} = m\varepsilon R^2 + I\varepsilon.$$

Выражаем момент инерции маятника Обербека:

$$I = \frac{mgR - M_{СОПР}}{\varepsilon} - mR^2. \qquad (5)$$

Все величины, кроме $M_{СОПР}$, входящие в это уравнение, известны. Поставим задачу экспериментального определения $M_{СОПР}$.

Пусть I – момент инерции маятника Обербека без грузов. Из (4) следует, что

$$\varepsilon = \frac{mgR - M_{СОПР}}{I + mR^2}. \qquad (6)$$

[redacted]

В условиях эксперимента $mR^2 << I$, что позволяет считать зависимость ε(*m*) линейной.

Эту зависимость можно использовать для экспериментальной оценки величины $M_{СОПР}$. Действительно, если полученную экспериментально зависимость $\varepsilon(m)$ экстраполировать до пересечения с осью абсцисс, то есть до точки m_0 на этой оси, для которой выполняется (см. 5) равенство $m_0 gR - M_{СОПР} = 0$, то это позволяет определить $M_{СОПР}$ как

$$M_{СОПР} = m_0 gR. \qquad (7)$$

Для определения момента инерции маятника *I* воспользуемся (5), где величина $M_{СОПР}$ предварительно определена из измерений ε(*m*) и формулы (7). Подставив выражение ε из (4) и $M_{СОПР}$ из (7) в (5), получаем рабочую формулу для определения момента инерции маятника

$$I = \frac{(m - m_0)gR^2 t^2}{2x} - mR^2.$$

Для используемого в работе маятника Обербека справедливо неравенство $\frac{gt^2}{2x} >> \frac{m}{m - m_0}$.

Учитывая это, получаем: $I = \frac{(m - m_0)gR^2 t^2}{2x}$.

Для расчетов удобно представить момент инерции в виде:

$$I = k(m - m_0) \cdot t^2 \qquad (8)$$

где $k = \frac{gD^2}{8x}$.

Таким образом, для определения момента инерции маятника необходимо измерить время t опускания груза массой m на расстояние x.

Зависимость момента инерции маятника от расстояния грузов до оси вращения предполагается проверить, используя результаты, полученные по формуле (8). Значение m_0 можно взять из данных эксперимента для определения момента инерции маятника Обербека без грузов, считая, что момент сил сопротивления остается постоянным.

Рекомендуемое задание к работе

1. Приступив к работе, снимите грузы m_1 со стержней, если они там находятся.

2. Заранее выберите отметку (например, 50см), от которой начнется движение груза m.

3. Вращая маятник рукой, намотайте нить на шкив большего диаметра, следя, чтобы груз m достиг выбранного положения.

4. Включите электронный секундомер.

5. Проведите первый опыт, используя в качестве груза, тянущего нить, только одну подставку массой $m_{под}$ без подгрузков. Предварительно нажатием кнопки «Режим» установите режим №1 (светится индикатор «Реж.1»). Затем нажмите кнопку «Пуск». При этом отключится тормозное устройство, удерживающее маятник, и одновременно включится секундомер. При включенном режиме №1 секундомер в момент прохождения грузом нижней точки автоматически остановится, причем одновременно сработает тормозное устройство. Внесите результаты первого опыта в таблицу измерений.

6. Проведите по одному опыту, поместив на подставку сначала один, а затем сразу два подгрузка. Результаты внесите в таблицу измерений. По формуле (4) рассчитайте величину углового ускорения ε для соответствующих значений m.

7. Постройте зависимость $\varepsilon(m)$. Определите из графика по точке его пересечения с осью абсцисс значение m_0, при котором $\varepsilon=0$. Рассчитайте по формуле (7) величину момента сил сопротивления $M_{СОПР}$.

5. Вычислите по формуле (8) значение момента инерции барабана со стержнями $\bar{I}_1$.

7. Закрепив грузы m_1 на стержнях маятника на равном расстоянии r от оси вращения, определите это расстояние, используя деления нанесенные на стержни и указанные около установки исходные данные.

8. Проведите однократные измерения времени t опускания груза массой m (выберите одно значение) для одной высоты падения при трёх различных расстояниях r от оси вращения.

8. Вычислите моменты инерции маятника с грузами на стержнях по формуле (8) при различных расстояниях r. При этом, как показали предварительные опыты, можно с допустимой точностью использовать в качестве величины m_0 её значение, найденное ранее для крестовины без грузов на спицах. Сравните полученные данные со значениями момента инерции, вычисленными по формуле (1) для соответствующих значений r.

9. Постройте на одном рисунке графики экспериментально полученной и теоретически ожидаемой зависимости момента инерции маятника от r^2.